Potęgi :

$a^0 = 1 \qquad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Iloczyn potęg o tych samych podstawach

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

Iloraz potęg o tych samych podstawach

$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Potęga potęgi: $(a^m)^n = a^{mn}$

Iloczyn potęg o tym samym wykładniku:

$a^n \cdot b^n = (ab)^n$

Iloraz potęg o tym samym wykładniku:

$a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Pierwiastki:

$\sqrt{a} = b \ldots bo \ldots b^2 = a$

np.

$\sqrt{4} = 2$ bo $2^2 = 4$

$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

np.

$\sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$

Procenty (symbol - %): $1\% = \frac{1}{100} = 0{,}01$

Promile (symbol - ‰) $1‰ = \frac{1}{1000} = 0{,}001$

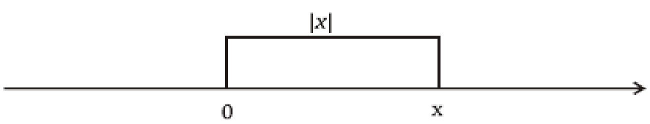
wzory skróconego mnożenia:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

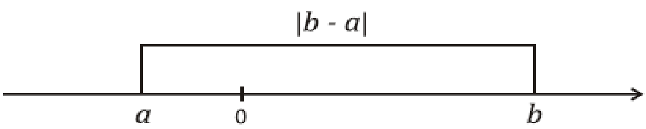
wartość bezwzględna:



$|x|$ to odległość liczby x od *zera*

$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \\ -x & x < 0 \end{cases}$

$|5| = |-5| = 5$



$|b - a|$ to odległość liczb a i b

ŚREDNIA **arytmetyczna**

Dane: $x_1, x_2, \dots, x_n$

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n}$$

MEDIANA

Zestaw danych zawsze uporządkowany

$n -$ nieparzyste

$$\underbrace{x_1, \dots \dots}_{k-1\ danych}, x_k, \underbrace{\dots \dots \quad x_n}_{k-1\ danych},$$

$$M_e = x_k$$

$$\underbrace{1, 2, 3\tfrac{1}{2}}_{3\ dane}, 16, \underbrace{18, 20, 50}_{3\ dane}$$

$$M_e = 16$$

$n -$ parzyste

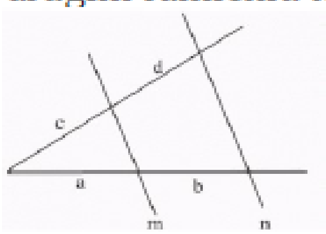
$$\underbrace{x_1, \dots \dots}_{k-1\ danych}, x_k, x_{k+1}, \underbrace{\dots \dots \quad x_n}_{k-1\ danych},$$

$$M_e = \frac{x_k + x_{k+1}}{2}$$

$$\underbrace{1, 2, 3\tfrac{1}{2}}_{3\ dane}, 16, 18, \underbrace{20, 50, 51}_{3\ dane}$$

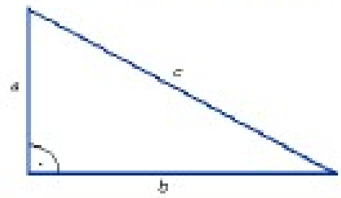
$$M_e = \frac{16+18}{2} = 17$$

Twierdzenie Talesa:
Jeżeli ramiona kąta przetniemy kilkoma prostymi równoległymi, to odcinki wyznaczone przez te proste na jednym ramieniu kąta są proporcjonalne do odpowiednich odcinków na drugim ramieniu kąta.



$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \qquad \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$$

Twierdzenie Pitagorasa:

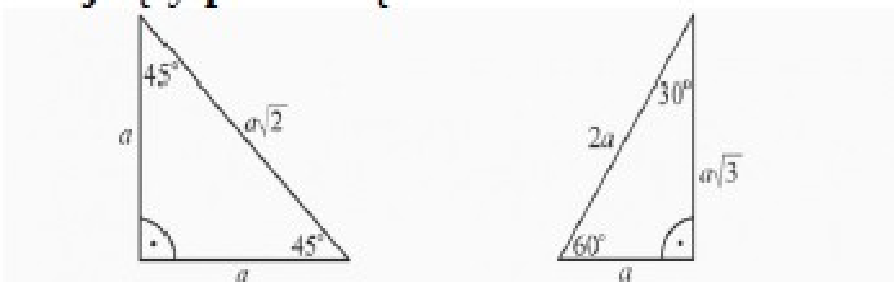


$$a^2 + b^2 = c^2$$

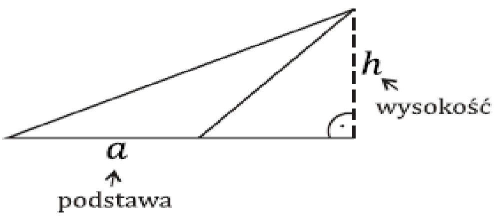
a, b – przyprostokątne

c- przeciwprostokątna

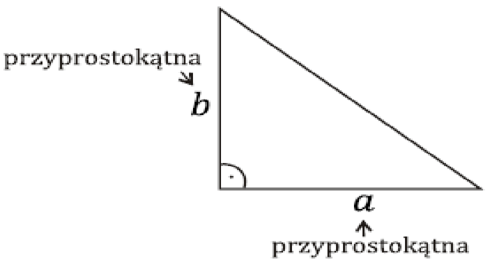
Trójkąty prostokątne:



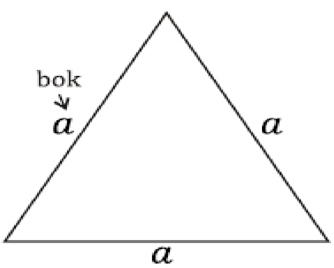
POLE TRÓJKĄTA



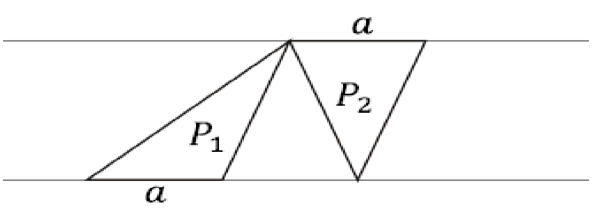
$$P = \frac{1}{2}ah$$



$$P = \frac{1}{2}ab$$

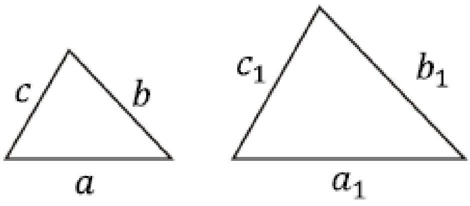


$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



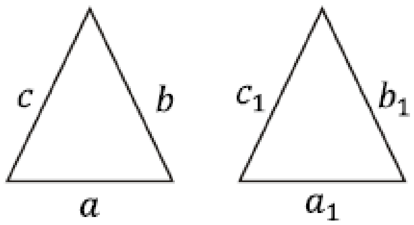
$$P_1 = P_2$$

TRÓJKĄTY PODOBNE I PRZYSTAJĄCE



Podobne

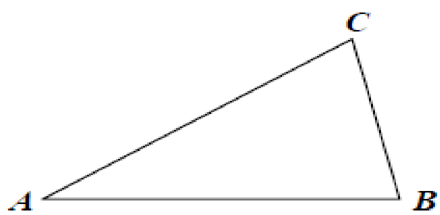
$$\frac{a_1}{a} = \frac{b_1}{b} = \frac{c_1}{c}$$

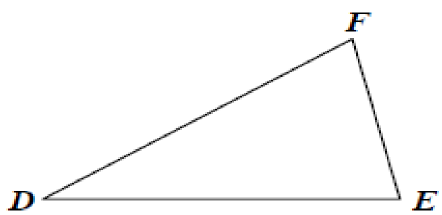


Przystające

$a_1 = a$ i $b_1 = b$ i $c_1 = c$

- <u>Cechy przystawania trójkątów</u>





To, że dwa trójkąty ABC i DEF są przystające ($\Delta ABC \equiv \Delta DEF$), możemy stwierdzić na podstawie każdej z następujących **cech przystawania trójkątów**:

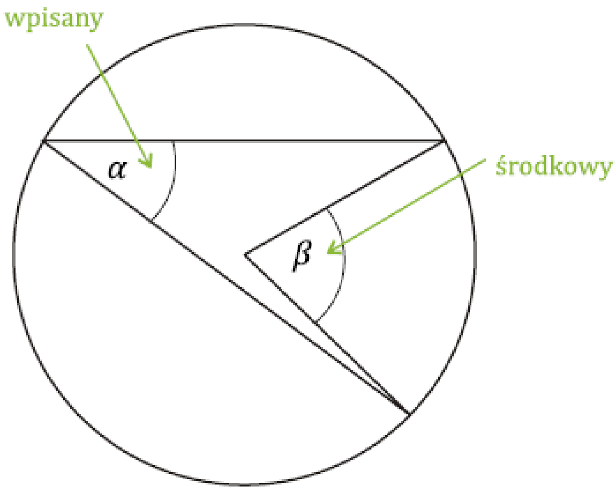
- cecha przystawania „bok – bok – bok”:
  odpowiadające sobie boki obu trójkątów mają te same długości: $|AB| = |DE|$, $|AC| = |DF|$, $|BC| = |EF|$
- cecha przystawania „bok – kąt – bok”:
  dwa boki jednego trójkąta są równe odpowiadającym im bokom drugiego trójkąta oraz kąt zawarty między tymi bokami jednego trójkąta ma taką samą miarę jak odpowiadający mu kąt drugiego trójkąta, np. $|AB| = |DE|$, $|AC| = |DF|$, $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$
- cecha przystawania „kąt – bok – kąt”:
  jeden bok jednego trójkąta ma tę samą długość, co odpowiadający mu bok drugiego trójkąta oraz miary odpowiadających sobie kątów obu trójkątów, przyległych do boku, są równe, np. $|AB| = |DE|$, $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$, $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle DEF|$

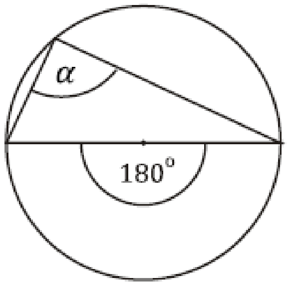
podobieństwo trójkątów

To, że dwa trójkąty ABC i DEF są podobne ($\Delta ABC \sim \Delta DEF$), możemy stwierdzić na podstawie każdej z następujących **cech podobieństwa trójkątów**:

- cecha podobieństwa „bok – bok – bok”:
  długości boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości boków drugiego trójkąta, np. $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|} = \frac{|BC|}{|EF|}$
- cecha podobieństwa „bok – kąt – bok”:
  długości dwóch boków jednego trójkąta są proporcjonalne do odpowiednich długości dwóch boków drugiego trójkąta i kąty między tymi parami boków są przystające, np. $\frac{|AB|}{|DE|} = \frac{|AC|}{|DF|}$, $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$
- cecha podobieństwa „kąt – kąt – kąt”:
  dwa kąty jednego trójkąta są przystające do odpowiednich dwóch kątów drugiego trójkąta (więc też i trzecie kąty obu trójkątów są przystające): $|\sphericalangle BAC| = |\sphericalangle EDF|$, $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle DEF|$, $|\sphericalangle ACB| = |\sphericalangle DFE|$

KĄT ŚRODKOWY I KĄT WPISANY

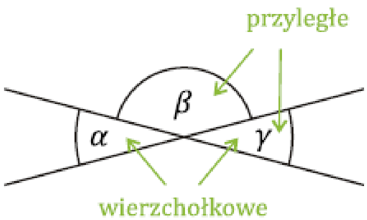


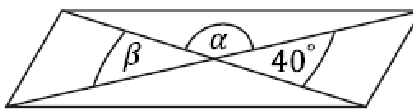


$\beta = 2\alpha$

$\alpha = \frac{1}{2} \cdot 180^\circ = 90^\circ$

KĄTY PRZYLEGŁE I WIERZCHOŁKOWE





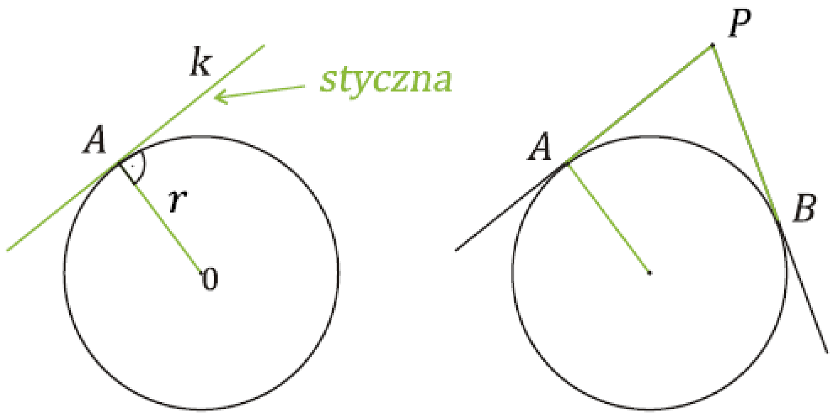
Wierzchołkowe $\alpha = \gamma$

Przyległe $\alpha + \beta = 180^\circ$

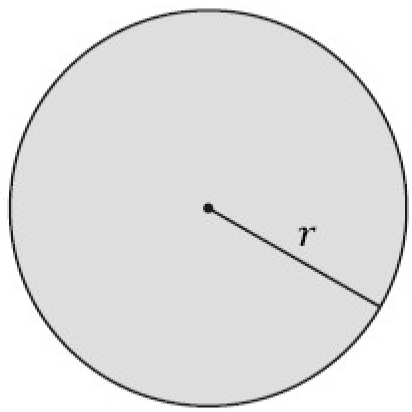
$\beta = 40^\circ$

$\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

STYCZNA

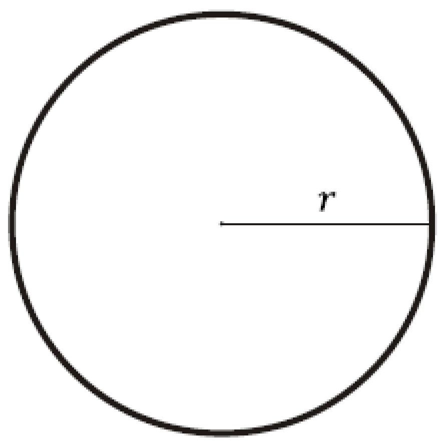


POLE KOŁA



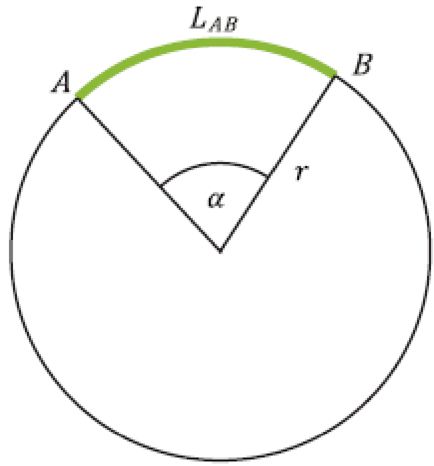
$$P = \pi r^2$$

DŁUGOŚĆ OKRĘGU



$$L = 2\pi r$$

DŁUGOŚĆ ŁUKU OKRĘGU



$$\frac{L_{AB}}{2\pi r} = \frac{\alpha}{360^\circ}$$

Pola figur:

Kwadrat: $P = a^2$

Prostokąt: $P = ab$

Równoległobok: $P = ah$

Romb: $P = \frac{ef}{2}$

Trójkąt: $P = \frac{ah}{2}$

Trójkąt równoboczny: $P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

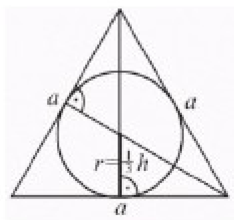
Trapez: $P = \frac{(a+b)h}{2}$

Sześciokąt: $P = 6 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$

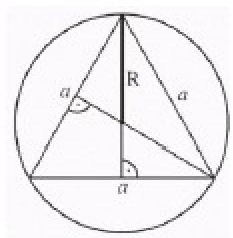
Koło: $P = \pi r^2$

Wycinek koła: $P_w = \frac{\alpha}{360^\circ}\pi r^2$

Okrąg wpisany i opisany na trójkącie równobocznym.

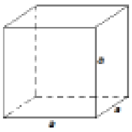


$$r = \frac{1}{3}h$$



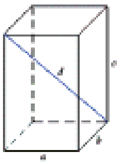
$$r = \frac{2}{3}h$$

Sześcian:



$V = a^3 \qquad P = 6a^2$

Prostopadłościan:



$V = abc$

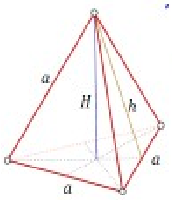
$Pc = 2ab + 2bc + 2ac$

Graniastosłup:

P_p - pole podstawy

P_{pb} - pole powierzchni bocznej

$V = P_p \cdot h \qquad P = 2P_p + P_{pb}$



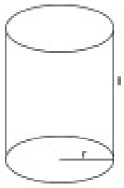
Ostrosłup:

$V = \frac{1}{3} P_p H$

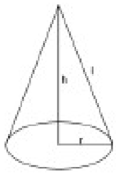
$P = P_p + P_{pb}$

Walec:

$V = \pi r^2 H \qquad P = 2P_p + P_{pb} = 2\pi r^2 + 2\pi r H$



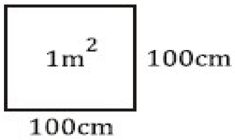
Stożek:



$V = \frac{1}{3} \pi r^2 H$

$P = P_p + P_{pb} = \pi r^2 + \pi r l$

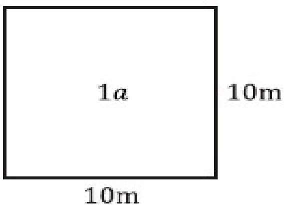
JEDNOSTKI POLA



$1m^2 = 10000cm$

---

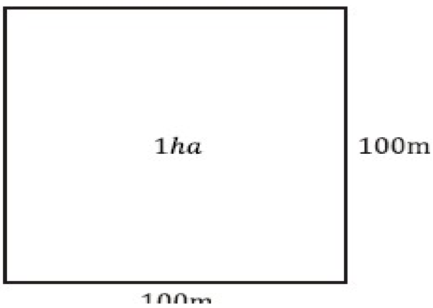
ar



$1a = 100m^2$

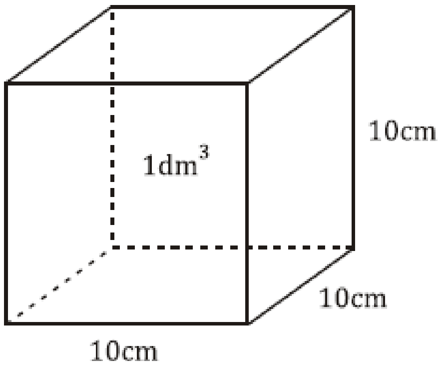
---

hektar



$1ha = 100a$

JEDNOSTKI OBJĘTOŚCI I POJEMNOŚCI



$$1dm^3 = 1000cm^3$$

$$1m^3 = 1000000cm^3$$

litr $\rightarrow$ $1l = 1dm^3$

hektolitr $\rightarrow$ $1hl = 100dm^3$

mililitr $\rightarrow$ $1ml = 0{,}001dm^3$